Quaternion distinguished representations and unstable base change for unitary groups(Abstract_要旨)

AUTHOR(S):

Suzuki, Miyu

学 位 審 査 報 告 書

（ふりがな） 氏　　　名	すずき　みゆ 鈴木　美裕
学位（専攻分野）	博　士　（　理　学　）
学 位 記 番 号	理　博　　第　　　　号
学位授与の日付	令 和 2 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
研 究 科・専 攻	理学研究科　数学・数理解析　専攻

（学位論文題目）

Quaternion distinguished representations and unstable base change for unitary groups

（四元数群に関する格別表現とユニタリ群の表現の非安定係数拡大）

論 文 調 査 委 員	（主査）　主査　池田　　保　　教授 副査　雪江　明彦　　教授 副査　並河　良典　　教授

理　学　研　究　科

（ 続紙 1 ）

京都大学	博士（理　学）	氏名	鈴木　美裕
論文題目	Quaternion distinguished representations and unstable base change for unitary groups		

（論文内容の要旨）

G を代数体 F 上で定義された簡約代数群とする．$\mathbb{A}$ を F のアデール環，ψ を $F\backslash\mathbb{A}$ の自明でない加法指標とする．v を F の素点とするとき，F_v を F の v における完備化とする．$G = G(F_v)$ とおく．H を F 上定義された G の部分代数群，Z_H を H の中心とする．π を $G(\mathbb{A})$ のカスピダル保型表現とする．π に属する保型形式で H 上の周期が 0 でないようなものが存在するとき，π は H 格別表現であるという．H が G の対合の不動点となっている場合がとくに重要である．

たとえば，E/F を 2 次拡大 G を GL_{2n} の E/F におけるスカラーの制限によって得られる代数群とする．このとき $H = \mathrm{GL}_{2n}$ は G のガロア群の非自明な元による作用で定まる対合の不動点となる．準分裂ユニタリ群 $G' = \mathrm{U}_{2n}$ を

$$w = \begin{pmatrix} 0 & w' \\ -w' & 0 \end{pmatrix}, \qquad w' = \begin{pmatrix} 0 & & 1 \\ & \iddots & \\ 1 & & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{GL}_n$$

により $G' = \{g \in G \mid {}^t\bar{g}wg = w\}$ により定義する．このとき，Flicker-Rallis は 1990 年代に $G(\mathbb{A})$ のカスピダル保型表現 π が H 格別表現となるためには，π が G' からの基底変換によって得られることが必要十分であると予想した．この予想は最近になって Mok により証明された．

D を E を含む F 上の四元数環とする．このような四元数環は，ある $\tau \in F^\times$ により $D = E \oplus E\sqrt{\tau}$ という形に表される．ただし，D における乗法は

$$(x_1 + x_1\sqrt{\tau})(y_1 + y_2\sqrt{\tau}) = (x_1y_1 + \tau x_2\bar{y}_2) + (x_1y_2 + x_2\bar{y}_1)\sqrt{\tau}, \qquad x_1, x_2, y_1, y_2 \in E$$

により与えられるものとする．G の対合を適当にツイストすると，G の不動点は四元数型の代数群 $\mathrm{GL}_n(D)$ と同型になる．この場合の Flicker-Rallis の予想の類似は Lacket-Lai, Flicker, Flicker-Hakim らによって考察されている．とくに $n = 1$ の場合は $G(\mathrm{A})$ のカスピダル保型表現 π が $\mathrm{GL}_1(\mathrm{A})$ 格別表現になるためには，π が GL_2 格別表現であり、さらに D が分裂しないような素点 v では π_v が主系列表現でないことが必要十分であることを示した．

（論文審査の結果の要旨）

鈴木氏はこの問題を少し違く角度から考察した．鈴木氏はまず，$G(\mathrm{A})$ のカスピダル保型表現 π が H 格別表現であるためには，π が準分裂ユニタリ群のカスピダル保型表現 σ で，ある種の加法指標による Whittaker モデルを持つようなものからの基底変換によって得られることが必要十分であろうと予想した．

予想 1. π を G のカスピダル保型表現とする．π が H 格別表現であるためには，$G'(\mathbb{A})$ の θ_1 生成的かつ θ_τ 生成的なカスピダル保型表現 σ の基底変換となっていることが必要十分であろう．

ここで θ_λ,　$(\lambda \in F^\times)$ は G' の上半三角ユニポテント行列全体のなす群 N' の指標で

$$\theta'_\lambda(u') = \psi\left(\mathrm{Tr}_{E/F}\left(\sum_{i=1}^{n-1} u_{i,i+1} + \lambda u_{n,n+1}\right)\right)$$

で定義されるものである．この予想は Flicker-Rallis の予想の自然な一般化となっている．さらに鈴木氏はある種の弱い条件の下で $n=1$ の場合にこれを証明した．すなわち，鈴木氏は次の定理を証明した．

定理 1. E/F は F のすべての無限素点は分解するとする．このとき $n=1$ ならば上の予想は正しい．

この定理の証明には Kuznitsov 型の相対跡公式が用いられる．とくに軌道積分のトランスファーを示すことが重要なステップであった．

要旨公開可能日：　　　　年　　　月